



# COMMON CORE STATE STANDARDS

# CALIFORNIA

*Adopted by the California State Board of Education August 2010 and modified January 2013*



## ESTÁNDARES ESTATALES COMUNES DE MATEMÁTICAS PARA EL ESTADO DE CALIFORNIA

*Kindergarten*



Council of Chief State School Officers  
Common Core State Standards Spanish Language Version  
Council of Chief State School Officers, Washington D.C.  
2012 First Edition English/Spanish Language Version



**TABLE OF CONTENTS**

Acknowledgements Agradecimientos.....	1
Peer Reviews Validación profesional .....	2
Standards for Mathematical Practices Estándares para la práctica de las matemáticas.....	3
Overview Contenido general .....	9
Counting & Cardinality Contar y cardinalidad.....	11
Operations & Algebraic Thinking Operaciones y pensamiento algebraico .....	12
Number & Operations in Base Ten Número y operaciones en base diez .....	12
Measurement & Data Medición y datos.....	13
Geometry Geometría.....	13

## ACKNOWLEDGEMENTS

Committed to providing leadership, assistance and resources so that every student has access to an education that meets world class standards, the Council of Chief State School Officers, the California Department of Education and the San Diego County Office of Education recognize and extend their appreciation to all who contributed to this formidable endeavor.

## AGRADECIMIENTOS

Comprometidos a ofrecer liderazgo, ayuda y recursos para que cada estudiante tenga acceso a una educación que cumpla con altas normas a nivel mundial, el Concilio de Jefes Estatales de Administradores Escolares, el Departamento de Educación de California y las Oficinas de Educación del Condado de San Diego, extienden su agradecimiento a todos aquellos que han contribuido a esta formidable labor.

### ADVISORY COMMITTEE/COMITÉ ASESOR

Dr. Alma Flor Ada, University of San Francisco  
Dr. Tom Adams, California Department of Education  
Dr. Verónica Aguila, Butte County Office of Education  
Dr. F. Isabel Campoy, Transformative Education Institute  
Silvia Dorta-Duque de Reyes, San Diego County Office of Education  
Lillian Pérez, California Department of Education  
Carrie Heath Phillips, Council of Chief State School Officers  
Mónica Nava, San Diego County Office of Education  
Cliff Rudnick, California Department of Education

### EDITORS/EDITORES

Dr. Alma Flor Ada, University of San Francisco  
Dr. F. Isabel Campoy, Transformative Education Institute  
Joan Commons, Greater San Diego Math Council  
Silvia Dorta-Duque de Reyes, San Diego County Office of Education  
Alicia de Gregorio, Academia Norteamericana de la lengua española  
Izela Jacobo, Cajon Valley School District  
Lillian Pérez, California Department of Education  
Jameson Rienick, San Diego County Office of Education  
Javier Salvador Guerrero, Mathematics Consultant  
Mindy Shacklett, San Diego County Office of Education

### TRANSLATORS/TRADUCTORES

Yossel Ayarzagoitia  
Gustavo Blankenburg  
Teresa Ibarra  
Avi Kotzer  
Cruz Olguimar  
Edna Romo  
Delia Seyhun

## PEER REVIEWS

A special note of thanks to the parents, teachers, administrators, and community members who served as peer reviewers:

Ana M. Applegate  
Daniel Arellano  
Fausto E. Baltazar  
Gilberto D. Barrios  
Adriana Brenes-Rios  
Gonzalo de Alba  
Charlotte Ford  
Carmen Garces  
Ana Celia García  
Claudia Garcia  
Olga González  
María Heredia  
Ana Hernández  
Izela Jacobo  
Jill Kerper-Mora  
Olivia Leschick  
Sandra Lineros  
Roy López  
Martín Macías  
Edna Mikulanis  
Antonio Mora  
Karem Morales  
Kris Nicholls  
Nilda Ocasio  
Cynthia Ortiz  
Sylvia Padilla  
Margarita Palacios  
Janette Pérez  
Lillian Pérez  
Arlene Quintana-Rangel  
Verónica Rodríguez  
Fernando Rodríguez-Valls  
Luz Elena Rosales  
Silvina Rubinstein  
Magdalena Ruz González  
Martha Servin  
Araceli Simeón-Luna  
Olivia Yahya  
Nieves Vera de Torres

## VALIDACIÓN PROFESIONAL

Una nota especial de agradecimiento a los padres, maestros, administradores, y miembros de la comunidad que llevaron a cabo la validación profesional:

San Bernardino City Unified School District  
San Bernardino City Unified School District  
Cajon Valley Union School District  
Vista Unified School District  
San Bernardino City Unified School District  
Fresno Unified School District  
Contra Costa County Office of Education  
Mount Diablo Unified School District  
San Diego State University  
Sweetwater Union High School District  
Mexican-American Legal Defense and Education Fund  
North Monterey Unified School District  
San Bernardino City Unified School District  
Cajon Valley Union School District  
San Diego State University  
Valley Center-Pauma Unified School District  
Oak Grove Elementary School District  
Lennox School District  
Stanislaus County Office of Education  
San Diego Unified School District  
San Diego County Office of Education  
Oak Grove Elementary School District  
Riverside County Office of Education  
Mount Vernon Community School  
Hayward Unified School District  
Long Beach Unified School District  
North Monterey Unified School District  
Santa Ana Unified School District  
California Department of Education  
San Bernardino Unified School District  
Fresno Unified School District  
San Diego State University  
San Bernardino Unified School District  
Los Angeles County Office of Education  
Los Angeles County Office of Education  
San Bernardino City Unified School District  
Mexican-American Legal Defense and Education Fund  
Saddleback Valley Unified School District  
Girls Preparatory Bronx Community School

## STANDARDS FOR MATHEMATICAL PRACTICES

The Standards for Mathematical Practice describe varieties of expertise that mathematics educators at all levels should seek to develop in their students. These practices rest on important “processes and proficiencies” with longstanding importance in mathematics education. The first of these are the NCTM process standards of problem solving, reasoning and proof, communication, representation, and connections. The second are the strands of mathematical proficiency specified in the National Research Council’s report *Adding It Up*: adaptive reasoning, strategic competence, conceptual understanding (comprehension of mathematical concepts, operations and relations), procedural fluency (skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently and appropriately), and productive disposition (habitual inclination to see mathematics as sensible, useful, and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one’s own efficacy).

### 1. Make sense of problems and persevere in solving them.

Mathematically proficient students start by explaining to themselves the meaning of a problem and looking for entry points to its solution. They analyze givens, constraints, relationships, and goals. They make conjectures about the form and meaning of the solution and plan a solution pathway rather than simply jumping into a solution attempt. They consider analogous problems, and try special cases and simpler forms of the original problem in order to gain insight into its solution. They monitor and evaluate their progress and change course if necessary. Older students might, depending on the context of the problem, transform algebraic expressions or change the viewing window on their graphing calculator to get the information they need. Mathematically proficient students can explain correspondences between equations, verbal descriptions, tables, and graphs or draw diagrams of important features and relationships, graph data, and search for

## ESTÁNDARES PARA LA PRÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Los estándares para la práctica de las matemáticas describen la variedad de habilidades que los educadores de matemáticas a todos los niveles deben buscar desarrollar en sus estudiantes. Estas prácticas descansan en importantes “procesos y habilidades” con importancia trascendental en la educación matemática. Los primeros de estos son los procesos estándares del NCTM para solucionar problemas, razonando y comprobando, comunicación, representación y conexiones. Los segundos son los estándares de conocimientos especificados en el reporte del Consejo Nacional de Investigación “Adding It Up” (Sumándolo): razonamiento adaptativo, competencia estratégica, entendimiento conceptual (comprensión de conceptos matemáticos, operaciones y relaciones), fluidez en los procedimientos (destrezas para la realización de procedimientos de manera flexible, exacta, eficiente y apropiada), y una disposición productiva (la propensión a considerar que las matemáticas son sensatas, útiles e importantes, aunadas con la creencia en la rapidez y la eficacia propia).

### 1. Dan sentido a los problemas y perseveran en su resolución.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas comienzan por explicar el significado del problema y a buscar puntos de partida para su resolución. Analizan los elementos dados, las limitaciones, las relaciones y los objetivos. Realizan conjeturas sobre la forma y el significado de la resolución y planean una vía de resolución en lugar de realizar un intento apresurado. Consideran problemas análogos y analizan casos especiales y versiones más simples del problema original dándoles ideas para como poder resolverlo. Monitorean y evalúan su progreso y cambian de dirección si es necesario. Estudiantes de mayor edad pueden, dependiendo del contexto del problema, convertir expresiones algebraicas o modificar la ventana de la calculadora gráfica para obtener la información que necesitan. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden explicar la correspondencia entre ecuaciones, descripciones verbales, tablas y gráficas, o dibujar diagramas de elementos y relaciones importantes, graficar datos, y buscar regularidades o tendencias.

regularity or trends. Younger students might rely on using concrete objects or pictures to help conceptualize and solve a problem. Mathematically proficient students check their answers to problems using a different method, and they continually ask themselves, “Does this make sense?” They can understand the approaches of others to solving complex problems and identify correspondences between different approaches.

## **2. Reason abstractly and quantitatively.**

Mathematically proficient students make sense of quantities and their relationships in problem situations. They bring two complementary abilities to bear on problems involving quantitative relationships: the ability to decontextualize—to abstract a given situation and represent it symbolically and manipulate the representing symbols as if they have a life of their own, without necessarily attending to their referents—and the ability to contextualize, to pause as needed during the manipulation process in order to probe into the referents for the symbols involved. Quantitative reasoning entails habits of creating a coherent representation of the problem at hand; considering the units involved; attending to the meaning of quantities, not just how to compute them; and knowing and flexibly using different properties of operations and objects.

## **3. Construct viable arguments and critique the reasoning of others.**

Mathematically proficient students understand and use stated assumptions, definitions, and previously established results in constructing arguments. They make conjectures and build a logical progression of statements to explore the truth of their conjectures. They are able to analyze situations by breaking them into cases, and can recognize and use counterexamples. They justify their conclusions, communicate them to others, and respond to the arguments of others. They reason inductively about data, making plausible arguments that take into

Estudiantes de menor edad pueden utilizar objetos concretos o imágenes que les ayuden a conceptualizar y resolver un problema. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden verificar sus respuestas utilizando un método diferente y preguntarse continuamente: ¿Tiene sentido? Pueden entender los enfoques de otros para solucionar problemas complejos e identificar correspondencias entre diferentes enfoques.

## **2. Razonan de forma abstracta y cuantitativa.**

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden las cantidades y como se relacionan dentro de un problema. Tienen dos habilidades complementarias que les ayudan a resolver problemas que involucran relaciones cuantitativas: la habilidad de descontextualizar – abstraer una situación dada y representarla simbólicamente, y manipular los símbolos representados como si éstos tuvieran vida propia, sin necesariamente prestar atención a sus referencias- y la habilidad de contextualizar, hacer pausas cuanto sea necesario durante el proceso de manipulación para comprobar las referencias para los símbolos involucrados. El razonamiento cuantitativo implica hábitos de la creación de una representación coherente del problema en mano, al considerar las unidades involucradas, poner atención al significado de las cantidades, no solamente como calcularlas; y conocer y utilizar con flexibilidad diferentes propiedades de las operaciones y objetos.

## **3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.**

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden y utilizan suposiciones, definiciones, y resultados previamente establecidos en la construcción de argumentos. Realizan conjeturas y construyen una progresión lógica de afirmaciones para explorar la veracidad de sus conjeturas. Son capaces de analizar las situaciones al dividir las en casos, y pueden reconocer y utilizar contraejemplos. Justifican sus conclusiones, se las transmiten a otros, y responden a los argumentos de otras personas. Razonan de forma inductiva sobre datos, haciendo argumentos plausibles que tomen en cuenta el contexto del que se originaron dichos datos.

account the context from which the data arose. Mathematically proficient students are also able to compare the effectiveness of two plausible arguments, distinguish correct logic or reasoning from that which is flawed, and—if there is a flaw in an argument—explain what it is. Elementary students can construct arguments using concrete referents such as objects, drawings, diagrams, and actions. Such arguments can make sense and be correct, even though they are not generalized or made formal until later grades. Later, students learn to determine domains to which an argument applies. Students at all grades can listen or read the arguments of others, decide whether they make sense, and ask useful questions to clarify or improve the arguments. **Students build proofs by induction and proofs by contradiction. CA**

#### 4. Model with mathematics.

Mathematically proficient students can apply the mathematics they know to solve problems arising in everyday life, society, and the workplace. In early grades, this might be as simple as writing an addition equation to describe a situation. In middle grades, a student might apply proportional reasoning to plan a school event or analyze a problem in the community. By high school, a student might use geometry to solve a design problem or use a function to describe how one quantity of interest depends on another. Mathematically proficient students who can apply what they know are comfortable making assumptions and approximations to simplify a complicated situation, realizing that these may need revision later. They are able to identify important quantities in a practical situation and map their relationships using such tools as diagrams, two-way tables, graphs, flowcharts and formulas. They can analyze those relationships mathematically to draw conclusions. They routinely interpret their mathematical results in the context of the situation and reflect on whether the results make sense, possibly improving the model if it has not served its purpose.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas también son capaces de comparar la efectividad de dos argumentos plausibles, distinguen una lógica o razonamiento correcto de otro que es erróneo, y — en caso de haber un error en el argumento— explican en qué consiste. Los estudiantes de educación primaria pueden construir argumentos utilizando referencias concretas como objetos, dibujos, diagramas, y acciones. Estos argumentos pueden tener sentido y ser correctos, aunque los mismos no se generalizan o se hacen formales hasta grados superiores. Más adelante, los estudiantes aprenden a determinar las áreas en las que un argumento aplica. Los estudiantes de todos los grados pueden escuchar o leer los argumentos de otros, decidir si tienen sentido y hacen preguntas útiles para clarificar o mejorar dichos argumentos. **Los estudiantes construyen pruebas por inducción y pruebas por contradicción. CA**

#### 4. Representación a través de las matemáticas

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden aplicar las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana, la sociedad, y el trabajo. En los grados iniciales, esto puede ser tan simple como escribir una ecuación de suma para describir una situación. En los grados intermedios, es posible que un estudiante use razonamiento proporcional para planear un evento escolar o analizar un problema de la comunidad. En la preparatoria, un estudiante podrá usar la geometría para resolver un problema de diseño o usar una función para describir cómo una cantidad determinada depende de otra. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas que pueden aplicar lo que saben se sienten cómodos al desarrollar suposiciones y aproximaciones para hacer más simple una situación compleja, y entender que dichas suposiciones se pudieran revisar más tarde. Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y expresar las relaciones usando herramientas como diagramas, tablas de doble entrada, gráficas, flow charts, y fórmulas. Pueden analizar matemáticamente dichas relaciones para sacar conclusiones. Interpretan rutinariamente sus resultados matemáticos dentro del contexto de la situación y analizan si los resultados tienen sentido, y posiblemente mejoran el procedimiento si éste no ha cumplido su propósito.

## **5. Use appropriate tools strategically.**

Mathematically proficient students consider the available tools when solving a mathematical problem. These tools might include pencil and paper, concrete models, a ruler, a protractor, a calculator, a spreadsheet, a computer algebra system, a statistical package, or dynamic geometry software. Proficient students are sufficiently familiar with tools appropriate for their grade or course to make sound decisions about when each of these tools might be helpful, recognizing both the insight to be gained and their limitations. For example, mathematically proficient high school students analyze graphs of functions and solutions generated using a graphing calculator. They detect possible errors by strategically using estimation and other mathematical knowledge. When making mathematical models, they know that technology can enable them to visualize the results of varying assumptions, explore consequences, and compare predictions with data. Mathematically proficient students at various grade levels are able to identify relevant external mathematical resources, such as digital content located on a website, and use them to pose or solve problems. They are able to use technological tools to explore and deepen their understanding of concepts.

## **6. Attend to precision.**

Mathematically proficient students try to communicate precisely to others. They try to use clear definitions in discussion with others and in their own reasoning. They state the meaning of the symbols they choose, including using the equal sign consistently and appropriately. They are careful about specifying units of measure, and labeling axes to clarify the correspondence with quantities in a problem. They calculate accurately and efficiently, express numerical answers with a degree of precision appropriate for the problem context. In the elementary grades, students give carefully formulated explanations to each other. By the time they reach high school they have learned to examine claims and make explicit use of definitions.

## **5. Utilizan las herramientas apropiadas estratégicamente.**

Los estudiantes con un buen dominio de las matemáticas consideran las herramientas disponibles durante la resolución de problemas matemáticos. Estas herramientas pueden incluir lápiz y papel, modelos concretos, una regla, un transportador, una calculadora, una hoja de cálculo, un sistema algebraico, un paquete estadístico, o un programa de geometría dinámica. Los estudiantes proficientes están suficientemente familiarizados con las herramientas apropiadas al nivel de grado o curso y pueden tomar decisiones acertadas para determinar si las herramientas son útiles en un momento dado y reconocen las limitaciones de las mismas. Por ejemplo, los estudiantes proficientes de la preparatoria analizan las gráficas de funciones y soluciones generados usando una calculadora gráfica. Detectan posibles errores estratégicamente a través de estimaciones y conocimientos matemáticos. Al realizar modelos matemáticos, saben que la tecnología puede ayudarlos a visualizar los resultados de las diversas suposiciones, explorar las consecuencias y comparar las predicciones con los datos. Los estudiantes proficientes en matemáticas de varios niveles de grados, pueden identificar recursos matemáticos relevantes y externos como el contenido digital en una página Web, y usarlos para plantear o resolver problemas. Son capaces de usar herramientas tecnológicas para explorar y profundizar su entendimiento de los conceptos.

## **6. Ponen atención a la precisión.**

Los estudiantes proficientes en matemáticas tratan de comunicarse con precisión con otras personas. Tratan de usar definiciones claras durante un debate o en sus razonamientos propios. Comunican el significado de los símbolos que han elegido, incluyendo el uso del signo de igualdad apropiada y consistentemente. Son cuidadosos al especificar unidades de medición, y al etiquetar ejes para clarificar la correspondencia con las cantidades en un problema. Calculan correcta y eficientemente, expresan respuestas numéricas con un grado de precisión apropiado al contexto del problema. En los grados primarios, los estudiantes comparten explicaciones cuidadosamente formuladas. Cuando pasan a preparatoria ya han aprendido a examinar reclamaciones y hacer uso explícito de definiciones.



## 7. Look for and make use of structure.

Mathematically proficient students look closely to discern a pattern or structure. Young students, for example, might notice that three and seven more is the same amount as seven and three more, or they may sort a collection of shapes according to how many sides the shapes have. Later, students will see  $7 \times 8$  equals the well-remembered  $7 \times 5 + 7 \times 3$ , in preparation for learning about the distributive property. In the expression  $x^2 + 9x + 14$ , older students can see the 14 as  $2 \times 7$  and the 9 as  $2 + 7$ . They recognize the significance of an existing line in a geometric figure and can use the strategy of drawing an auxiliary line for solving problems. They also can step back for an overview and shift perspective. They can see complicated things, such as some algebraic expressions, as single objects or as being composed of several objects. For example, they can see  $5 - 3(x - y)^2$  as 5 minus a positive number times a square and use that to realize that its value cannot be more than 5 for any real numbers  $x$  and  $y$ .

## 8. Look for and express regularity in repeated reasoning.

Mathematically proficient students notice if calculations are repeated, and look both for general methods and for shortcuts. Upper elementary students might notice when dividing 25 by 11 that they are repeating the same calculations over and over again, and conclude they have a repeating decimal. By paying attention to the calculation of slope as they repeatedly check whether points are on the line through (1, 2) with slope 3, middle school students might abstract the equation  $(y - 2)/(x - 1) = 3$ . Noticing the regularity in the way terms cancel when expanding  $(x - 1)(x + 1)$ ,  $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ , and  $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$  might lead them to the general formula for the sum of a geometric series. As they work to solve a problem, mathematically proficient students maintain oversight of the process, while attending to the details. They continually evaluate the reasonableness of their intermediate results.

## 7. Reconocen y utilizan estructuras.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas miran con atención para distinguir patrones y estructuras. Los estudiantes menores, por ejemplo, pueden darse cuenta que tres y siete es la misma cantidad que siete y tres, o pueden organizar una colección de figuras de acuerdo a los lados que tengan. Más adelante, los estudiantes verán que  $7 \times 8$  es igual a lo ya conocido  $7 \times 5 + 7 \times 3$ , en preparación para aprender acerca de la propiedad distributiva. En la expresión  $x^2 + 9x + 14$ , los estudiantes mayores pueden ver que 14 es  $2 \times 7$  y que 9 es  $2 + 7$ . Reconocen el significado de una línea que existe en una figura geométrica y pueden usar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas. También pueden tomar un paso atrás para tener una visión general y un cambio de perspectiva. Pueden ver algo complejo, tal y como expresiones algebraicas, como elementos individuales o como un compuesto de varios elementos. Por ejemplo, pueden ver  $5 - 3(x - y)^2$  como 5 menos un número positivo multiplicando un/al cuadrado y usar esa información para darse cuenta que su valor no puede ser mayor que 5 para cualquier número real  $x$  e  $y$ .

## 8. Reconocen y expresan regularidad en el razonamiento repetitivo.

Los estudiantes proficientes en matemáticas pueden darse cuenta si los cálculos se repiten, y buscan tanto métodos generales como atajos/abreviados. Los estudiantes de grados superiores en la escuela primaria tal vez pueden darse cuenta que al dividir 25 entre 11, se repiten los mismos cálculos una y otra vez, y concluyen que hay un decimal que se repite. Al poner atención al cálculo de la pendiente al mismo tiempo que comprueban constantemente si los puntos pertenecen a una línea que pasa por el punto (1, 2) con la pendiente 3, los estudiantes de secundaria posiblemente podrán extraer la ecuación  $(y - 2)/(x - 1) = 3$ . Al notar la regularidad de la forma en que los términos se cancelan al ampliar  $(x-1)(x+1)$ ,  $(x-1)(x^2 + x + 1)$  y  $(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)$  puede llevarlos a la fórmula general de la suma de una serie geométrica. Al tratar de resolver un problema, los estudiantes proficientes en matemáticas, mantienen el control del proceso, mientras se ocupan de los detalles. Evalúan continuamente que tan razonables son sus resultados intermedios.

## **Connecting the Standards for Mathematical Practice to the Standards for Mathematical Content.**

The Standards for Mathematical Practice describe ways in which developing student practitioners of the discipline of mathematics increasingly ought to engage with the subject matter as they grow in mathematical maturity and expertise throughout the elementary, middle and high school years. Designers of curricula, assessments, and professional development should all attend to the need to connect the mathematical practices to mathematical content in mathematics instruction.

The Standards for Mathematical Content are a balanced combination of procedure and understanding. Expectations that begin with the word “understand” are often especially good opportunities to connect the practices to the content. Students who lack understanding of a topic may rely on procedures too heavily. Without a flexible base from which to work, they may be less likely to consider analogous problems, represent problems coherently, justify conclusions, apply the mathematics to practical situations, use technology mindfully to work with the mathematics, explain the mathematics accurately to other students, step back for an overview, or deviate from a known procedure to find a shortcut. In short, a lack of understanding effectively prevents a student from engaging in the mathematical practices.

In this respect, those content standards which set an expectation of understanding are potential “points of intersection” between the Standards for Mathematical Content and the Standards for Mathematical Practice. These points of intersection are intended to be weighted toward central and generative concepts in the school mathematics curriculum that most merit the time, resources, innovative energies, and focus necessary to qualitatively improve the curriculum, instruction, assessment, professional development, and student achievement in mathematics.

## **El conectar los estándares de las prácticas matemáticas con los estándares del contenido matemático.**

Los estándares de las prácticas matemáticas describen la manera en las cuales los estudiantes de la disciplina de las matemáticas, deberían involucrarse en la materia a medida que adquieren madurez y experiencia en el campo de las matemáticas durante sus años de la escuela primaria, la escuela secundaria y la preparatoria. Los diseñadores de los planes de estudio, de las evaluaciones, y de la capacitación profesional deben tomar en cuenta la necesidad de conectar las prácticas matemáticas con el contenido matemático durante la enseñanza.

Los estándares para el contenido matemático son una combinación equilibrada de procedimientos y entendimiento. Las expectativas que comienzan con la palabra “entender” constituyen una buena oportunidad para relacionar la práctica con el contenido. Los estudiantes que no tienen un conocimiento amplio sobre un tema pueden depender demasiado de procedimientos. Si no tienen una base flexible que les ayude a trabajar, tendrán menos posibilidades para resolver problemas analógicos, representar problemas coherentemente, justificar sus conclusiones, aplicar las matemáticas a situaciones prácticas, utilizar recursos tecnológicos conscientemente, explicar matemáticas a otros estudiantes, tener una visión general, o desviarse de un procedimiento conocido para encontrar una manera más sencilla. En resumidas cuentas, un estudiante que no tenga los conocimientos necesarios no podrá desenvolverse en las prácticas matemáticas.

A este respecto, esos estándares de contenido que establecen expectativas de entendimiento son potencialmente “puntos de intersección” entre los Estándares del contenido matemático y los de Estándares para la práctica de las matemáticas. Estos puntos de intersección están basados en conceptos centrales y generativos dentro de los planes escolares para el estudio de matemáticas dignos de recibir el mérito del tiempo, recursos, energía innovadora, y el enfoque necesario y cualitativo para mejorar el plan de estudio, la enseñanza, la evaluación, la capacitación del profesorado, el aprovechamiento de los estudiantes en matemáticas.

## KINDERGARTEN

In Kindergarten, instructional time should focus on two critical areas: (1) representing, relating, and operating on whole numbers, initially with sets of objects; and (2) describing shapes and space. More learning time in kindergarten should be devoted to number than to other topics.

- (1)** Students use numbers, including written numerals, to represent quantities and to solve quantitative problems, such as counting objects in a set; counting out a given number of objects; comparing sets or numerals; and modeling simple joining and separating situations with sets of objects, or eventually with equations such as  $5 + 2 = 7$  and  $7 - 2 = 5$ . (Kindergarten students should see addition and subtraction equations, and student writing of equations in kindergarten is encouraged, but it is not required.) Students choose, combine, and apply effective strategies for answering quantitative questions, including quickly recognizing the cardinalities of small sets of objects, counting and producing sets of given sizes, counting the number of objects in combined sets, or counting the number of objects that remain in a set after some are taken away.
- (2)** Students describe their physical world using geometric ideas (e.g., shape, orientation, spatial relations) and vocabulary. They identify, name, and describe basic two-dimensional shapes, such as squares, triangles, circles, rectangles, and hexagons, presented in a variety of ways (e.g., with different sizes and orientations), as well as three-dimensional shapes such as cubes, cones, cylinders, and spheres. They use basic shapes and spatial reasoning to model objects in their environment and to construct more complex shapes.

## KINDERGARTEN

En kindergarten, el tiempo de enseñanza debe enfocarse en dos aspectos críticos: (1) el representar, relacionar y hacer operaciones de números enteros, inicialmente con conjuntos de objetos; y (2) el describir las formas y espacio. En kindergarten se debe de dedicar más tiempo al aprendizaje de los números que a otros temas.

- (1)** Los estudiantes utilizan los números, incluyendo los numerales escritos, para representar cantidades y para resolver problemas cuantitativos, como contar objetos en un conjunto; contar un número determinado de objetos; comparar conjuntos o numerales; y para modelar situaciones simples que unen y separan conjuntos de objetos, o eventualmente con ecuaciones tales como  $5 + 2 = 7$  y  $7 - 2 = 5$ . (Los estudiantes de kindergarten deben ver ecuaciones de suma y resta, y se anima a los estudiantes a practicar la escritura de las ecuaciones, pero no es un requisito.) Los estudiantes escogen, combinan y aplican estrategias eficaces para responder a las preguntas cuantitativas, incluyendo el reconocimiento rápido de los números cardinales de pequeños conjuntos de objetos, el contar y formar conjuntos de determinadas medidas, contar el número de objetos en conjuntos combinados, o contar el número de objetos que quedan en un conjunto después de haber quitado algunos.
- (2)** Los estudiantes describen su mundo físico utilizando ideas geométricas (e.g., forma, orientación, relaciones espaciales) y el vocabulario. Identifican el nombre y describen formas bidimensionales básicas, tales como cuadrados, triángulos, círculos, rectángulos y hexágonos, presentadas en distintas maneras (e.g., con diferentes tamaños y orientaciones), así como formas tridimensionales tales como cubos, conos, cilindros y esferas. Utilizan formas básicas y razonamiento espacial para modelar objetos en su entorno y para la construcción de formas más complejas.

## KINDERGARTEN OVERVIEW

### Counting and Cardinality

- Know number names and the count sequence.
- Count to tell the number of objects.
- Compare numbers.

### Operations and Algebraic Thinking

- Understand addition as putting together and adding to, and understand subtraction as taking apart and taking from.

### Number and Operations in Base Ten

- Work with numbers 11-19 to gain foundations for place value.

### Measurement and Data

- Describe and compare measurable attributes.
- Classify objects and count the number of objects in categories.

### Geometry

- Identify and describe shapes.
- Analyze, compare, create, and compose shapes.

### MATHEMATICAL PRACTICES

1. Make sense of problems and persevere in solving them.
2. Reason abstractly and quantitatively.
3. Construct viable arguments and critique the reasoning of others.
4. Model with mathematics.
5. Use appropriate tools strategically.
6. Attend to precision.
7. Look for and make use of structure.
8. Look for and express regularity in repeated reasoning.

## KINDERGARTEN CONTENIDO GENERAL

### Conteo y números cardinales

- Conocen los nombres de los números y la secuencia de conteo.
- Cuentan objetos para determinar la cantidad.
- Comparan números.

### Operaciones y pensamiento algebraico

- Entienden la suma como juntar y agregar, y entienden la resta como separar y quitar.

### Números y operaciones en base diez

- Trabajan con los números del 11 al 19 para establecer los fundamentos del valor posicional.

### Medición y datos

- Describen y comparan atributos medibles.
- Clasifican objetos y cuentan la cantidad de objetos por categorías.

### Geometría

- Identifican y describen figuras geométricas.
- Analizan, comparan, crean, y componen figuras geométricas.

### PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

1. Entienden problemas y perseveran en resolverlos.
2. Razonan de manera abstracta y cuantitativa.
3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.
4. Realizan modelos matemáticos.
5. Utilizan estratégicamente las herramientas apropiadas.
6. Ponen atención a la precisión.
7. Buscan y utilizan estructuras.
8. Buscan y expresan regularidad en razonamientos repetitivos.

**Know number names and the count sequence.**

1. Count to 100 by ones and by tens.
2. Count forward beginning from a given number within the known sequence (instead of having to begin at 1).
3. Write numbers from 0 to 20. Represent a number of objects with a written numeral 0-20 (with 0 representing a count of no objects).

**Count to tell the number of objects.**

4. Understand the relationship between numbers and quantities; connect counting to cardinality.
  - a. When counting objects, say the number names in the standard order, pairing each object with one and only one number name and each number name with one and only one object.
  - b. Understand that the last number name said tells the number of objects counted. The number of objects is the same regardless of their arrangement or the order in which they were counted.
  - c. Understand that each successive number name refers to a quantity that is one larger.
5. Count to answer “how many?” questions about as many as 20 things arranged in a line, a rectangular array, or a circle, or as many as 10 things in a scattered configuration; given a number from 1–20, count out that many objects.

**Compare numbers.**

6. Identify whether the number of objects in one group is greater than, less than, or equal to the number of objects in another group, e.g., by using matching and counting strategies.<sup>1</sup>
7. Compare two numbers between 1 and 10 presented as written numerals.

**Conocen el nombre de los números y la secuencia de conteo.**

1. Cuentan hasta 100 de uno en uno y de diez en diez.
2. Cuentan hacia delante desde un número dado dentro de una secuencia conocida (en lugar de comenzar con el 1).
3. Escriben números del 0 al 20. Representan un número de objetos con un número escrito del 0-20 (en donde el número 0 representa la ausencia de objetos).

**Cuentan para expresar el número de objetos.**

4. Comprenden la relación entre números y cantidades; relacionan el conteo y la cardinalidad.
  - a. Al contar objetos, dicen los nombres de los números en el orden convencional, emparejando cada objeto con un solo número y cada número con un solo objeto.
  - b. Comprenden que el último número que se dice indica la cantidad de objetos contados. La cantidad de objetos no cambia independientemente de la manera en que se les organiza si se les reorganiza o si se cambia el orden en que se contaron.
  - c. Comprenden que cada número sucesivo se refiere a una cantidad que es uno más que la cantidad anterior.
5. Cuentan para responder preguntas sobre “¿cuántos hay?” sobre una serie de hasta 20 objetos, ordenados en línea, de forma rectangular o circular, o sobre una serie de 10 objetos que estén esparcidos; dado un número del 1 al 20, cuentan los objetos.

**Comparan números.**

6. Identifican si el número de objetos de un grupo es mayor que, menor que, o igual que el número de objetos en otro grupo, por ejemplo, al usar estrategias para contar y para emparejar.<sup>1</sup>
7. Comparan dos números entre el 1 y el 10 representados por numerales escritos.

**Operations and Algebraic Thinking K.OA**

**Understand addition as putting together and adding to, and understand subtraction as taking apart and taking from.**

1. Represent addition and subtraction with objects, fingers, mental images, drawings<sup>2</sup>, sounds (e.g., claps), acting out situations, verbal explanations, expressions, or equations.
2. Solve addition and subtraction word problems, and add and subtract within 10, e.g., by using objects or drawings to represent the problem.
3. Decompose numbers less than or equal to 10 into pairs in more than one way, e.g., by using objects or drawings, and record each decomposition by a drawing or equation (e.g.,  $5 = 2 + 3$  and  $5 = 4 + 1$ ).
4. For any number from 1 to 9, find the number that makes 10 when added to the given number, e.g., by using objects or drawings, and record the answer with a drawing or equation.
5. Fluently add and subtract within 5.

**Number and Operations in Base Ten K.NBT**

**Work with numbers 11-19 to gain foundations for place value.**

1. Compose and decompose numbers from 11 to 19 into ten ones and some further ones, e.g., by using objects or drawings, and record each composition or decomposition by a drawing or equation (e.g.,  $18 = 10 + 8$ ); understand that these numbers are composed of ten ones and one, two, three, four, five, six, seven, eight, or nine ones.

**Operaciones y pensamiento algebraico K.OA**

**Entienden la suma como juntar y agregar, y entienden la resta como separar y quitar.**

1. Representan la suma y la resta con objetos, dedos, imágenes mentales, dibujos<sup>2</sup>, sonidos (por ejemplo, palmadas), dramatizaciones, explicaciones verbales, expresiones, o ecuaciones.
2. Resuelven problemas verbales de suma y resta, y suman y restan hasta 10, por ejemplo, utilizar objetos o dibujos para representar el problema.
3. Descomponen números menores que o iguales a 10 en pares de varias maneras, por ejemplo, utilizan objetos o dibujos, y representan cada descomposición con un dibujo o una ecuación (por ejemplo,  $5 = 2 + 3$  y  $5 = 4 + 1$ ).
4. Para cualquier número entre el 1 al 9, hallan el número que llega al 10 cuando se le suma al número determinado, por ejemplo, al utilizar objetos o dibujos, y representar la respuesta con un dibujo o una ecuación.
5. Suman y restan con fluidez de y hasta el número 5.

**Número y operaciones en base diez K.NBT**

**Trabajan con los números del 11 al 19 para establecer los fundamentos del valor posicional.**

1. Componen y descomponen números del 11 al 19 en diez unidades y algunas más, por ejemplo, al utilizar objetos o dibujos, y representar cada composición o descomposición por medio de un dibujo o ecuación (por ejemplo,  $18 = 10 + 8$ ); comprenden que estos números están compuestos por diez unidades y una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve unidades.

**Measurement and Data****K.MD****Describe and compare measurable attributes.**

1. Describe measurable attributes of objects, such as length or weight. Describe several measurable attributes of a single object.
2. Directly compare two objects with a measurable attribute in common, to see which object has “more of”/“less of” the attribute, and describe the difference. *For example, directly compare the heights of two children and describe one child as taller/shorter.*

**Classify objects and count the number of objects in each category.**

3. Classify objects into given categories; count the numbers of objects in each category and sort the categories by count.<sup>3</sup>

**Geometry****K.G****Identify and describe shapes (squares, circles, triangles, rectangles, hexagons, cubes, cones, cylinders, and spheres).**

1. Describe objects in the environment using names of shapes, and describe the relative positions of these objects using terms such as *above, below, beside, in front of, behind, and next to*.
2. Correctly name shapes regardless of their orientations or overall size.
3. Identify shapes as two-dimensional (lying in a plane, “flat”) or three-dimensional (“solid”).

**Medición y datos****K.MD****Describen y comparten atributos medibles.**

1. Describen los atributos de objetos que se pueden medir, tales como la longitud y el peso. Describen varios atributos medibles de un objeto.
2. Comparan directamente dos objetos que tengan en común un atributo que se puede medir para saber cuál objeto tiene “más de o menos de” el atributo, y describen la diferencia. *Por ejemplo, al comparar directamente la altura de dos niños y describir al niño más alto o más bajo.*

**Clasifican objetos y cuentan la cantidad de objetos en cada categoría.**

3. Clasifican objetos en categorías determinadas; cuentan la cantidad de objetos en cada categoría y clasifican las categorías según su número.<sup>3</sup>

**Geometría****K.G****Identifican y describen las figuras geométricas (cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, hexágonos, cubos, conos, cilindros, y esferas).**

1. Describen objetos en su entorno utilizando los nombres de las figuras geométricas, y describen las posiciones relativas de estos objetos utilizando términos como *encima de, debajo de, junto a, en frente de, detrás de y al lado de*.
2. Nombran correctamente las figuras geométricas sin importar su orientación o su tamaño.
3. Identifican las figuras geométricas como bi-dimensionales (ubicadas en un plano, “planas”) o tri-dimensionales (“sólidas”).

**Analyze, compare, create, and compose shapes.**

4. Analyze and compare two- and three-dimensional shapes, in different sizes and orientations, using informal language to describe their similarities, differences, parts (e.g., number of sides and vertices/“corners”) and other attributes (e.g., having sides of equal length).
5. Model shapes in the world by building shapes from components (e.g., sticks and clay balls) and drawing shapes.
6. Compose simple shapes to form larger shapes. *For example, “Can you join these two triangles with full sides touching to make a rectangle?”*

**Footnotes:**

- <sup>1</sup> Include groups with up to ten objects.
- <sup>2</sup> Drawings need not show details, but should show the mathematics in the problem. (This applies wherever drawings are mentioned in the Standards.)
- <sup>3</sup> Limit category counts to be less than or equal to 10.

**Analizan, comparan, crean, y componen figuras geométricas.**

4. Analizan y comparan figuras geométricas bi- y tri-dimensionales, de diferentes tamaños y orientaciones utilizando lenguaje informal para describir sus semejanzas, diferencias, partes (por ejemplo, número de lados y vértices/“esquinas”), y otros atributos (por ejemplo, que tengan lados de igual longitud).
5. Realizan modelos con figuras geométricas que existen en el mundo a través de la construcción de figuras con diferentes materiales (por ejemplo, palitos y bolas de arcilla o plastilina) y dibujan figuras geométricas.
6. Componen figuras geométricas sencillas para formar figuras geométricas más grandes. *Por ejemplo, “¿Puedes unir estos dos triángulos de modo que sus lados se toquen y formen un rectángulo?”*

**Notas:**

- <sup>1</sup> Incluye grupos de hasta diez objetos.
- <sup>2</sup> Los dibujos no tienen que mostrar detalles pero deben representar el concepto matemático del problema. (Esto se aplica a cualquier instancia en la que se mencionen dibujos en los estándares).
- <sup>3</sup> Limitar las categorías a números menores que o iguales a 10.





©San Diego County Office of Education  
December 2012  
6401 Linda Vista Road, San Diego, CA 92111  
858.292.3500 • [www.sdcoe.net](http://www.sdcoe.net)

**Board of Education**

Mark C. Anderson • Susan Hartley • Sharon C. Jones • Lyn Neylon • J. Gregg Robinson

**San Diego County Superintendent of Schools**

Randolph E. Ward, Ed.D.

Learning and Leadership Services Division  
Debbie Beldock, Assistant Superintendent

English Learner and Support Services  
Monica Nava, Senior Director

Bilingual Services  
Antonio Mora, Director